El método analítico para resolver los diagramas de flujo

La regla de "los lazos que no se tocan" es un método analítico para resolver un diagrama de flujo. Esta técnica es rápido pero es muy facil obviar y faltar lazos. Aunque el método gráfico toma más tiempo para resolver un diagrama de flujo, es muy facil recordar. Unas cuantas definiciones básicas se tiene que entender antes de aprender el método de los lazos que no se tocan.

Un "camino" es una serie de movimientos seguidos en secuencia y en una misma dirección de manera que ningún nodo se toca (pasa) más de una vez. El valor del camino es el producto de los coeficientes de las ramas encontradas en camino.

La figura 1 muestra el diagrama de flujo de un circuito de dos puertos alimentado con una fuente de señal y terminado con una carga. Un camino va del generador al nodo b_2. Su valor es S_{21}. Hay dos caminos del generador al nodo b_1. Los valores de estos caminos son S_{11} y $S_{21}\Gamma_L S_{12}$.

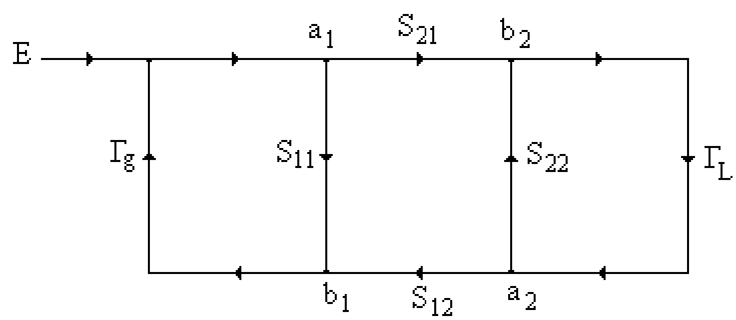


Fig. 1
Diagrama de flujo de un circuito de dos puertos
con una fuente y una carga.

Si un camino empieza y termina en un mismo nodo se llama "camino cerrado" o "lazo" y no un camino. Un lazo de primer orden es un camino que se cierra sin ningún nodo pasado (encontrado) más de una vez. El valor del lazo es calculado como el valor del camino, o el producto de los valores de todas las ramas encontrados en camino.

Un lazo de segunda order se define como dos lazos de primer orden que no se tocan en ningún nodo. El valor del lazo de segundo orden es el producto de los valores de los lazos de primer orden. Lazos de tercer orden (o más alto) son tres o más lazos de primer orden que no se tocan en ningún nodo. Sus valores se calculan como indicado arriba, al multiplicar los lazos que no se tocan. En la figura 1, por ejemplo, hay tres lazos de primer orden, ($S_{11}\Gamma_g$, $S_{22}\Gamma_L$, $\Gamma_g S_{21}\Gamma_L S_{12}$) y un lazo de segundo orden ($\Gamma_g S_{11} S_{22}\Gamma_L$).

Este método analítico se puede aplicar para resolver cualquier diagrama de flujo. La ecuación en forma simbólica es:

$$T = \frac{\begin{array}{l} P_1[1-\Sigma L(1)^1+\Sigma L(2)^1-\Sigma L(3)^1+\ldots]+P_2[1-\Sigma L(1)^2+\Sigma L(2)^2-\ldots] \\ \qquad +P_3[1-\Sigma L(1)^3+\Sigma L(2)^3-\ldots] \\ \qquad +P_4[1-\Sigma L(1)^4+\ldots]+\ldots \end{array}}{1-\Sigma L(1)+\Sigma L(2)-\Sigma L(3)+\ldots} \tag{1}$$

donde ΣL(1) significa la suma de todos los lazos de primer orden, ΣL(2) es la suma de todos los lazos de segundo orden, etc... P_1, P_2, P_3, ... significan los valores de todos los caminos que se puede seguir del variable independiente, (en la mayoría de los casos el generador) al nodo cuyo valor es requerido. $\Sigma L(1)^1$ es la suma de todos los lazos de primer orden que no tocan el camino P_1 en ningún nodo; $\Sigma L(2)^1$ es la suma de todos los lazos de segundo orden que no tocan el camino P_1 en ningún nodo; $\Sigma L(1)^2$ es la suma de todos los lazos de primer orden que no tocan el camino de P_2 en ningún nodo. Cada camino es multiplicado por el factor en paréntesis que implica todos los lazos de todos los órdenes del camino que no tocan el camino en cuestión. *T* representa la razón del variable dependiente en cuestión al variable independiente.

Se puede calcular para dos variables dependientes en el ejemplo de la figura 1. Uno es el coeficiente de reflexión del circuito de 2 puertos b_1/a_1 y el segundo es el coeficiente de transmisión b_2/E. En el primer caso cuando se requiere b_1/a_1, el generador no está implicado directamente y no se toma en cuenta. La solución es:

$$\frac{b_1}{a_1}=\frac{S_{11}(1-S_{22}\Gamma_L)+S_{21}\Gamma_L S_{12}}{(1-S_{22}\Gamma_L)} \tag{2}$$

S_{11} es el primer camino, P_1, que se multiplica por 1 - $\Sigma L(1)^1$. $S_{22}\Gamma_L$ es el único lazo de primer orden que no toca P_1. No existen lazos de órdenes más altos que no tocan el camino P_1. El camino No. 2, P_2, será $S_{21}\Gamma_L S_{12}$ y como no hay ningun lazo de primer orden o más alto que toca P_2, P_2 se multiplica por 1.

El diagrama completo, incluyendo el generador es necesario para escribir la solución del coeficiente de transmisión.

$$\frac{b_2}{E}=\frac{S_{21}}{(1-\Gamma_g S_{11}-S_{22}\Gamma_L-\Gamma_g S_{21}\Gamma_L S_{12}+\Gamma_g S_{11}S_{22}\Gamma_L)} \tag{3}$$

Como hay sólo un camino posible de E al nodo b_2, no hay lazos que no tocan este camino y solamente S_{21} se queda en el numerador. Se puede ver que hay tres lazos de primer orden y un lazo de segundo orden en el denominador.

Sería interesante ver el diagrama de flujo de la medición de atenuación (pérdida por inserción) visto antes en el método gráfico. La figura 2 muestra los diagramas de flujo en cuestión.

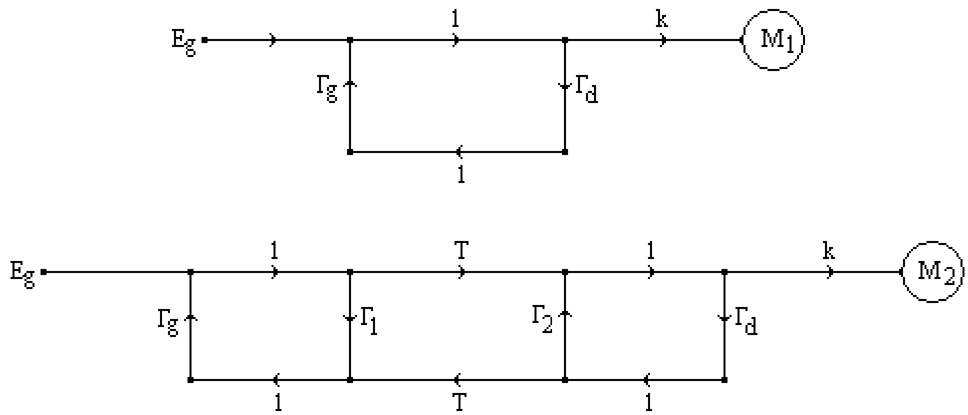


Fig. 2
Diagrama de flujo de medición de atenuacuón

Se buscan las ecuaciones para M_1/E_g y M_2/E_g. Los valores de M_1/E_g y M_2/E_g ya se han calculado anteriormente.

$$M_1/E_g = k/(1 - \Gamma_g\Gamma_d)$$

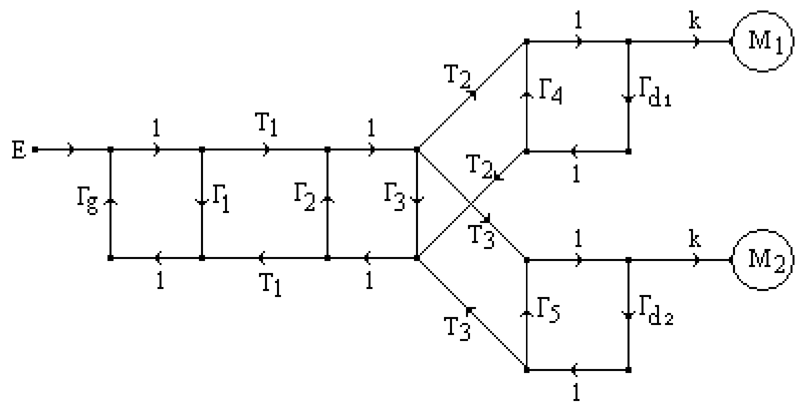
ya que k es el único camino y $\Gamma_g\Gamma_d$ es el único lazo.

$$M_2/E_g = kT/(1 - \Gamma_g\Gamma_1 - \Gamma_2\Gamma_d - T^2\Gamma_g\Gamma_d + \Gamma_g\Gamma_d\Gamma_1\Gamma_2)$$

El único camino es kT y todos los lazos tocan este camino. Hay tres lazos de primer orden y un lazo de segundo orden.

Vale la pena notar que los lazos de tercer orden y más altos normalmente se pueden ignorar después del análisis cuidadoso de los valores de los varios coeficientes en cuestión. Esto es porque valores inferiores a 1 multiplicándose entre si se vuelven aún más pequeños.

Resuelve el siguiente diagrama de flujo para M_2/M_1 usando el método gráfico.



Resuelve el siguiente diagrama de flujo para M/E usando el método analítico.